Klassenstufen 7-8 – Lösungen

Aufgabe 1

a) Lösung: 3. Es geht mit drei Polizisten. Zwei Polizisten reichen nicht aus, da sie maximal $5 + 4 = 9$ von 10 Kreisen abdecken können.

b) Lösung: 4. Es geht mit 4 Polizisten. Es geht nicht mit 3 Polizisten. Denn diese drei Polizisten müssten in einer Reihe nebeneinander postiert werden.

c) Lösung: 5. Es geht mit 5 Polizisten. Es geht nicht mit 4 Polizisten. Denn diese 4 Polizisten müssten in einer Reihe angeordnet werden. Dies klappt nicht: Sind die Polizisten an nebeneinander liegenden Kreisen in der Reihenfolge a, b, c und d aufgestellt, und sehen diese Kreise jeweils g_a, g_b, g_c, g_d andere Kreise, so müsste gelten

$$g_a + (g_b - 1) + (g_c - 1) + g_d \geq 10.$$

Dies wäre nur möglich, wenn die Vierer-Kette an dem Kreis beginnt, der vier Kreise sieht, und beide Kreise enthält, die jeweils drei Kreise sieht. Dies ist aber mit 4 Polizisten nicht möglich.

Aufgabe 2

Da ein Buchstabe jeweils für eine Ziffer einer Zahl steht, kann X nur für eine Zahl zwischen 1 und 9 stehen. Daher kann man die Lösung durch Probieren herausfinden.
Es soll gelten:
$11 \cdot 11 = 121$ Ergebnis 3-stellig, also nicht von der Form MMCC
$22 \cdot 22 = 484$ Ergebnis 3-stellig, also nicht von der Form MMCC
$33 \cdot 33 = 1089$ Ergebnis nicht von der Form MMCC
$44 \cdot 44 = 1936$ Ergebnis nicht von der Form MMCC
$55 \cdot 55 = 3025$ Ergebnis nicht von der Form MMCC
$66 \cdot 66 = 4356$ Ergebnis nicht von der Form MMCC
$77 \cdot 77 = 5929$ Ergebnis nicht von der Form MMCC
$88 \cdot 88 = 7744$ Mögliche Lösung
$99 \cdot 99 = 9801$ Ergebnis nicht von der Form MMCC

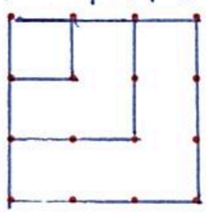
Das bedeutet für Karlas Code:

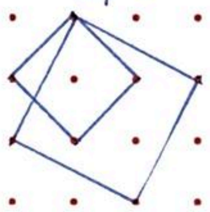
$$X = 8 \quad M = 7 \quad C = 4$$

„Teile XX durch C und quadriere das Ergebnis“ wird zu:
Die Zahl 484 wird in Karlas Code als CXC geschrieben.
Antwort: Das Ergebnis ist in Karlas Schreibweise CXC.

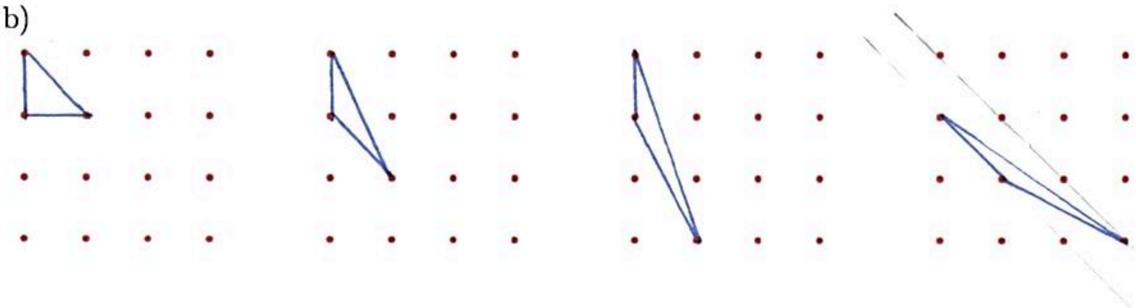
Aufgabe 3

a) 1, 4, 9 2, 5





b)



Aufgabe 4

B gewinnt!
Strategie von B: Nimmt A a Münzen, dann nimmt B nimmt daraufhin $5 - a$ Münzen. Das heißt, in jeder Runde werden 5 Münzen weggenommen und in der dritten Runde kann B die letzte Münze nehmen.

Aufgabe 5

$$5a^2 + 4b^2 + (b^2 - a^2) = 6b^2 \quad \Rightarrow \quad 4a^2 + 5b^2 = 6b^2 \quad \Rightarrow \quad 4a^2 = b^2 \quad \Rightarrow \quad 2a = b$$

b ist 8 cm.

Aufgabe 6

Wir wissen über die Anzahl der Muffins:

- sie ist kleiner oder gleich 350
- sie ist ungerade (beim Teilen durch 2 bleibt ein Rest von 1)
- sie ist ein Vielfaches von 7 (beim Teilen durch 7 bleibt kein Rest)
- die letzte Ziffer der Zahl ist eine 1 oder 6 (beim Teilen durch 5 bleibt Rest 1)

Der letzte Punkt ist besonders wichtig. Da wir außerdem wissen, dass die Zahl ungerade ist, kann die letzte Ziffer nur eine 1 sein.
Die gesuchte Zahl ist ein Vielfaches von 7, das schränkt die Möglichkeiten stark ein. Zudem wissen wir, dass die Zahl kein Vielfaches von 3, 4, 5 oder 6 ist (es bleibt ja immer Rest 1). Somit kann sie nur ein Vielfaches von 11, 13, 17, 19 ... sein („... “ bedeutet: weitere Primzahlen).
Die Lösung erhält man jetzt durch Ausprobieren der letzten wenigen Fälle:

- $11 \cdot 7 = 77$ (Endziffer 7; also falsch). Es genügt also, Zahlen mit Endziffer 3 mit 7 zu multiplizieren, da nur so eine Zahl mit Endziffer 1 heraus kommt.
- $13 \cdot 7 = 91$ (beim Teilen durch 4 bleibt Rest 3; also falsch)
- $23 \cdot 7 = 161$ (beim Teilen durch 3 bleibt Rest 2; also falsch)
- $43 \cdot 7 = 301$ (hier stimmt alles; das ist also eine mögliche Lösung)
- $53 \cdot 7$ (zu groß!)

Damit ist die korrekte Antwort: Im Präsentkorb befanden sich genau 301 Muffins.