Klassenstufen 5-6 – Lösungen

Aufgabe 1

Die graue Fläche ist halb so gross wie das mittlere Quadrat. D.h. das Quadrat hat Fläche 6 cm^2.
Das Achteck besteht aus fünf Quadraten und vier halben Quadraten. Also ist die Fläche gleich

$$5 \cdot 6 \text{ cm}^2 + 4 \cdot 3 \text{ cm}^2 = 42 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 2

1. Wichtig für die Antwort ist das aktuelle Alter des Großvaters. Daher setze:

$$x = \text{Alter des Großvaters} = \text{Anzahl der gekauften Raketen}$$

2. Die Hälfte der gekauften Raketen wird nass. Daher gilt:

$$\text{Anzahl der trockenen Raketen} = \frac{1}{2} \cdot x$$

3. Den 3. Teil der trockenen Raketen nehmen sich die Enkel. Das bedeutet, dass zwei Drittel der trockenen Raketen übrig sind. Daher gilt:

$$\text{Anzahl der übrigen Raketen} = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2} \cdot x\right) = \frac{1}{3} \cdot x$$

4. Von den übrigen Raketen sind 21 unbrauchbar. Daher gilt:

$$\text{Anzahl der Raketen für das Feuerwerk} = \frac{1}{3} \cdot x - 21$$

5. Eine Rakete zählt nun für 10 Jahre. Das bedeutet, dass die Anzahl der Raketen für das Feuerwerk gleich einem Zehntel des Alters des Großvaters ist.
6. Zusammensetzen der Gleichung:

$$\text{Anzahl der Raketen für das Feuerwerk} = \frac{1}{10} \cdot x$$

7. Lösen der Gleichung:

$$\frac{1}{3} \cdot x - 21 = \frac{1}{10} \cdot x$$

Umformen:

$$(\frac{1}{3} - \frac{1}{10}) \cdot x = 21$$

Gemeinsamer Nenner:

$$\frac{10-3}{30} \cdot x = 21$$

Zusammenfassen:

$$7 \cdot x = 21 \cdot 30$$

Kürzen mit 7:

$$1 \cdot x = 3 \cdot 30$$

Der Großvater ist daher 90 Jahre alt.

Aufgabe 3

Oma Hella kann für 12 € folgende Naschtüten zusammenstellen:

1. Tüte: 2 Schokofiguren (6€ + 6€ = 12€)
2. Tüte: 1 Schokofigur, 1 Lolli, 1 Pack. Gummibärchen (6€ + 4€ + 2€ = 12€)
3. Tüte: 1 Schokofigur, 2 Pack. Kaugummis (6€ + 3€ + 3€ = 12€)
4. Tüte: 1 Schokofigur, 3 Pack. Gummibärchen (6€ + 2€ + 2€ + 2€ = 12€)
5. Tüte: 3 Lollis (6€ + 3€ + 3€ = 12€)
6. Tüte: 2 Lollis, 2 Pack. Gummibärchen (6€ + 2€ + 2€ + 2€ = 12€)
7. Tüte: 1 Lolli, 2 Pack. Kaugummis, 1 Pack. Gummibärchen (4€ + 4€ + 4€ = 12€)
8. Tüte: 1 Lolli, 4 Pack. Gummibärchen (4€ + 4€ + 2€ + 2€ = 12€)
9. Tüte: 4 Pack. Kaugummis (4€ + 3€ + 3€ + 2€ = 12€)
10. Tüte: 2 Pack. Kaugummis, 3 Pack. Gummibärchen (3€+3€+2€+2€+2€ = 12€)
11. Tüte: 6 Pack. Gummibärchen (4€ + 2€ + 2€ + 2€ + 2€ = 12€)

Eine weitere Möglichkeit gibt es nicht.

Antwort: Oma Hella kann für 12 € **nicht** allen Enkeln eine unterschiedliche Naschtüte schenken!

Aufgabe 4

Es stimmt zwar, dass 127 nicht durch 9 teilbar ist. Wenn wir aber 9 solche 127-er Pakete hintereinander stellen, ergibt sich eine Zahl, deren Ziffernsumme $(1 + 2 + 7) \cdot 9 = 90$ ergibt.Also ist die Zahl selbst, die sich aus 9 solcher Pakete zusammenfügt, durch 9 teilbar:

$$127\,127\,127\,127\,127\,127\,127\,127\,127 \;:\; 9 = 14125236347458569680791903\,.$$

Dann ist aber auch die Zahl, die sich aus 18 solcher Pakete zusammenfügt, durch 9 teilbar. Ebesno glit das für Zahlen, die asu 27, 36, usw. Paketen besteht.
Die Anzahl der aufeinander folgenden 127-er Pakete muss also durch 9 teilbar sein. Weil die Anzahl der Neunervielfachen unbegrenzt ist, ergeben sich also unendlich viele Möglichkeiten, solche Pakete zu schnüren, die durch 9 teilbar sind.
Maria hat also recht.

Aufgabe 5

Wir wissen über die Anzahl der Muffins:

- sie ist kleiner oder gleich 350
- sie ist ungerade (beim Teilen durch 2 bleibt ein Rest von 1)
- sie ist ein Vielfaches von 7 (beim Teilen durch 7 bleibt kein Rest)
- die letzte Ziffer der Zahl ist eine 1 oder 6 (beim Teilen durch 5 bleibt Rest 1)

Der letzte Punkt ist besonders wichtig. Da wir außerdem wissen, dass die Zahl ungerade ist, kann die letzte Ziffer nur eine 1 sein.
Die gesuchte Zahl ist ein Vielfaches von 7, das schränkt die Möglichkeiten stark ein. Zudem wissen wir, dass die Zahl kein Vielfaches von 3, 4, 5 oder 6 ist (es bleibt ja immer Rest 1). Somit kann sie nur ein Vielfaches von 11, 13, 17, 19 ... sein („... “ bedeutet: weitere Primzahlen).
Die Lösung erhält man jetzt durch Ausprobieren der letzten wenigen Fälle:

- $11 \cdot 7 = 77$ (Endziffer 7; also falsch). Es genügt also, Zahlen mit Endziffer 3 mit 7 zu multiplizieren, da nur so eine Zahl mit Endziffer 1 heraus kommt.
- $13 \cdot 7 = 91$ (beim Teilen durch 4 bleibt Rest 3; also falsch)
- $23 \cdot 7 = 161$ (beim Teilen durch 3 bleibt Rest 2; also falsch)
- $43 \cdot 7 = 301$ (hier stimmt alles; das ist also eine mögliche Lösung)
- $53 \cdot 7$ (zu groß!)

Damit ist die korrekte Antwort: Im Präsentkorb befanden sich genau 301 Muffins.