

Klassenstufe 11-12

Bitte jeweils in Teams von 3-5 Schülern bearbeiten.

Die Bewertung hängt neben der Korrektheit auch von der Qualität der Begründungen und der Beschreibung der Lösungswege ab. Auch Ansätze werden belohnt.

Aufgabe 1: Dünger (12 Punkte)

Der Bauer Opel aus Drosendorf möchte durch eine gezielte Düngung seiner Ackerflächen seinen Ertrag erhöhen. Auf seinem Hof hat er 10 Mengeneinheiten organischen Dünger und 5 Mengeneinheiten Kunstdünger vorrätig. Nach dem Ausstreuen von x Mengeneinheiten organischen Düngers und y Mengeneinheiten Kunstdüngers kann der Ertrag in Abhängigkeit von der Düngung bei normalem Wetter mit der Funktion

$$E(x, y) = -x^2 - 2y^2 + xy + 7x + 14y + 100$$

beschrieben werden.

- Berechnen Sie den maximalen Ertrag, falls nur der organische Dünger verwendet wird.
- Berechnen Sie den maximalen Ertrag, falls nur der Kunstdünger verwendet wird.
- Wie hoch ist der maximale Ertrag beim Gebrauch beider Dünger?

Aufgabe 2: Wette (12 Punkte)

Die beiden Schüler Moritz und Julia schließen eine Wette ab. Moritz behauptet, dass Julia keine Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ mit den Eigenschaften

- $f(36) = 180$
- $f(m) > f(n)$, $m > n$, $m, n \in \mathbb{N}$
- $f(m \cdot n) = \frac{1}{5} \cdot f(m) \cdot f(n)$, $m, n \in \mathbb{N}$

findet. Der Sieger erhält zwei Kugeln Eis vom Verlierer. Zeigen Sie, wie sich Julia ihr Eis verdient und geben Sie die gesuchte Funktion an!

Aufgabe 3: Primzahlpalindrom (14 Punkte + 2 Bonuspunkte)

Die Schüler Max und Moritz wollen ihrem Fahrrad begeisterten Mathelehrer einen kleinen Streich spielen. Sie planen das heißgeliebte Fahrrad des Lehrers zu verstecken. Leider müssen die beiden Schüler dafür erstmal das dreistellige Fahrradschloss mit den Ziffern von $0, \dots, 9$ knacken. Das erweist sich als schwieriger als gedacht. Max und Moritz wissen nur soviel:

1. Die gesuchte Zahl ist eine Primzahl.
2. Die gesuchte Zahl ist ein Zahlenpalindrom.
3. Die Quersumme der gesuchten Zahl ist auch ein Palindrom.

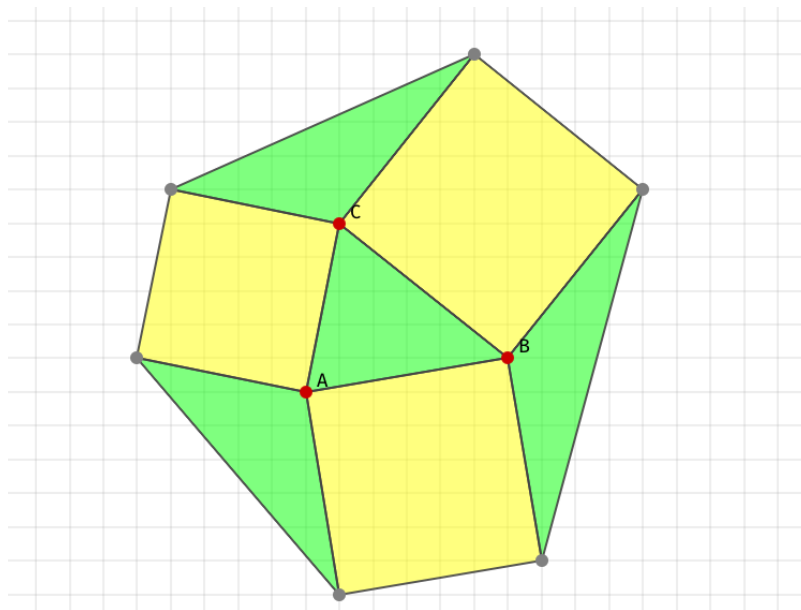
Als weitere Schwierigkeit kommt hinzu, dass sie nicht viel Zeit haben das Fahrrad zu verstecken. Sie schätzen, dass sie höchstens vier Kombinationen ausprobieren können. Entscheiden Sie, ob der Plan durchführbar ist und geben Sie die möglichen Kombinationen an.

Bonusfrage: Finden Sie alle möglichen Kombinationen.

Hinweis: Ein Zahlenpalindrom ist eine Zahl, die vorwärts und rückwärts gelesen gleich ist.

Aufgabe 4: Geometrie (6 Punkte)

Über den Seiten eines beliebigen Dreiecks werden Quadrate nach außen errichtet. Zeigen Sie, dass die grünen Dreiecke flächengleich sind.



Aufgabe 5: Schüleraustausch II (6 Punkte)

Christina freut sich auf ihre 2 Wochen als Austauschschülerin. Der Austausch findet mit der französischen Stadt Annecy, einer von Bayreuths Partnerstädten statt.



Abbildung 2: Stadtteil von Annecy am Abend

Der Austausch läuft so ab, dass die deutschen Schüler und Schülerinnen eine Woche in Frankreich verbringen und anschließend umgekehrt.

Durch den Organisator des Schüleraustausches weiß Christina, dass von französischer Seite 5 Mädchen und 5 Jungen teilnehmen. Sie hat aber noch mehr Informationen bekommen:

- 3 der 5 Jungen haben einen Bruder oder eine Schwester.
- 4 der 5 Mädchen haben Geschwister.
- 1 der 5 Jungen hat 2 Geschwister.
- 1 der 5 Jungen hat keine Geschwister.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Christina in eine Familie mit mindestens einem Mädchen kommt?

Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass in etwa so viele Jungen wie Mädchen geboren werden.

Viel Spaß beim Lösen der Aufgaben!