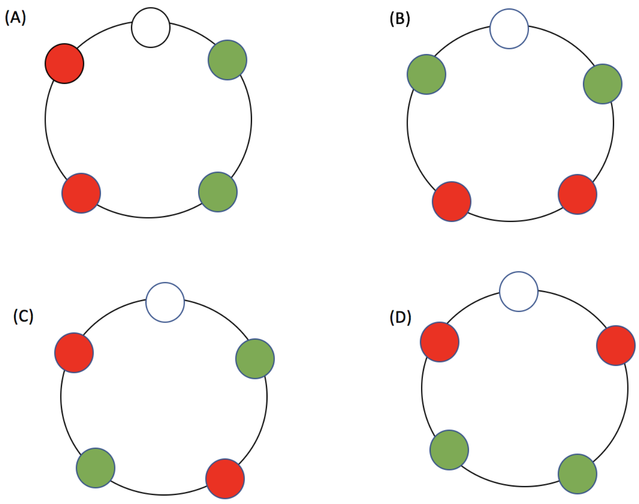
Klassenstufe 5-6 – Lösungen

Aufgabe 1

Geschlossene Armbänder stellen Kreisringe dar.
Nimm zunächst an, dass die Farben rot und grün zweifach und die Farbe weiß einfach in dem Armband vorkommt. Legst Du das Armband vor Dich, sodass die weiße Perle oben liegt, können verschiedene Kombinationen aufgefädelt werden.



Man erhält also einmal die Möglichkeit, dass die roten und grünen Perlen jeweils nebeneinander liegen. (A)

Die zweite Möglichkeit ergibt sich, wenn die weiße Perle sozusagen von den roten Perlen umrahmt wird. (D)

Die dritte Möglichkeit ist genauso, nur dass diesmal die grünen Perlen die weiße einfassen. (B)

Die letzte Möglichkeit ergibt sich, wenn sich rote und grüne Perlen abwechseln. (C)

Insgesamt erhält man für den Fall, dass die weiße Perle einfach vorkommt, 4 verschiedene Möglichkeiten, die Perlen aufzufädeln. Da es 3 verschiedene Farben gibt, gilt: $4 \times 3 = 12$. Damit gibt es für alle drei Farben insgesamt 12 Möglichkeiten, die Perlen nach den Vorgaben aufzufädeln.

Aufgabe 2

$$2018 : 9 = 224 \text{ Rest } 2\,.$$

Die gesuchte Zahl n sieht dann so aus:

$$n = \underbrace{999\,\ldots\,9}_{224\,\text{Neuner}}\ 2\ \underbrace{000\,\ldots\,0}_{1793\,\text{Nullen}}$$

Aufgabe 3

$$(\Delta + \Box)^2 = \mathrm{O}\Delta\,\Box$$

Die Symbole rechts vom Gleichheitszeichen stellen eine dreistellige Quadratzahl dar. Dreistellige Quadratzahlen reichen von $100 = 10^2$ bis $961 = 31^2$, denn $9^2 = 81$ (zweistellig) und $32^2 = 1024$ (vierstellig).
Folglich ist

$$10 \leq \Delta + \Box \leq 31\,.$$

Die Summe zweier verschiedener Ziffern kann jedoch höchstens den Wert $17 = 8 + 9$ erreichen. Also gilt sogar

$$10 \leq \Delta + \Box \leq 17\,.$$

Das heisst, es bleiben folgende Möglichkeiten:

$(\Delta + \Box)^2 =$	10^2	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2	16^2	17^2
$\mathrm{O}\Delta\Box =$	100	121	144	169	196	225	256	289

Da in $\mathrm{O}\Delta\Box$ alle drei Ziffern verschieden sind, bleiben nur diese vier Möglichkeiten:

$(\Delta + \Box)^2 =$	13^2	14^2	16^2	17^2
$\mathrm{O}\Delta\Box =$	169	196	256	289

1. Fall: $\Box = 6$, d.h. $\mathrm{O}\Delta\Box = 196 = 14^2$ oder $\mathrm{O}\Delta\Box = 256 = 16^2$.

   a) $\mathrm{O}\Delta\Box = 196 \Rightarrow \Delta = 9$, aber $14 = 8 + 6 \Rightarrow \Delta = 8$. Widerspruch!

   b) $\mathrm{O}\Delta\Box = 256 \Rightarrow \Delta = 5$, aber $16 = 10 + 6 \Rightarrow \Delta = 10$. Widerspruch!

1. Fall: $\Box = 9$, d.h. $\mathrm{O}\Delta\Box = 169 = 13^2$ oder $\mathrm{O}\Delta\Box = 289 = 17^2$.

   a) $\mathrm{O}\Delta\Box = 169 \Rightarrow \Delta = 6$, aber $13 = 4 + 9 \Rightarrow \Delta = 4$. Widerspruch!

   b) $\mathrm{O}\Delta\Box = 289 \Rightarrow \Delta = 8$ und $17 = 8 + 9 \Rightarrow \Delta = 8$. Lösung!

Damit hast Du eine einzige Lösung: $\mathrm{O} = 2$, $\Delta = 8$ und $\Box = 9$.

Aufgabe 4

Fall 1: *Marie war es.* Dann hätten Anni und Wiebke recht. Marie hätte gelogen.
Fall 2: *Anni war es.* Dann hätten Marie und Wiebke recht. Anni hätte gelogen.
Fall 3: *Wiebke war es.* Dann hätte nur Anni recht. Marie und Wiebke hätten gelogen.

Da der Vater ja weiss, dass nur eine der drei Töchter die Wahrheit gesagt hat, kann nur Fall 3 zutreffen. Also hat Wiebke den Kuchen gegessen.

Aufgabe 5

Es sei nr die Anzahl der Goldmünzen in der rechten und nl die Anzahl der Goldmünzen in der linken Kiste. Es gilt nun o.B.d.A.:

$$4 \cdot nr + 5 \cdot nl = S\,.$$

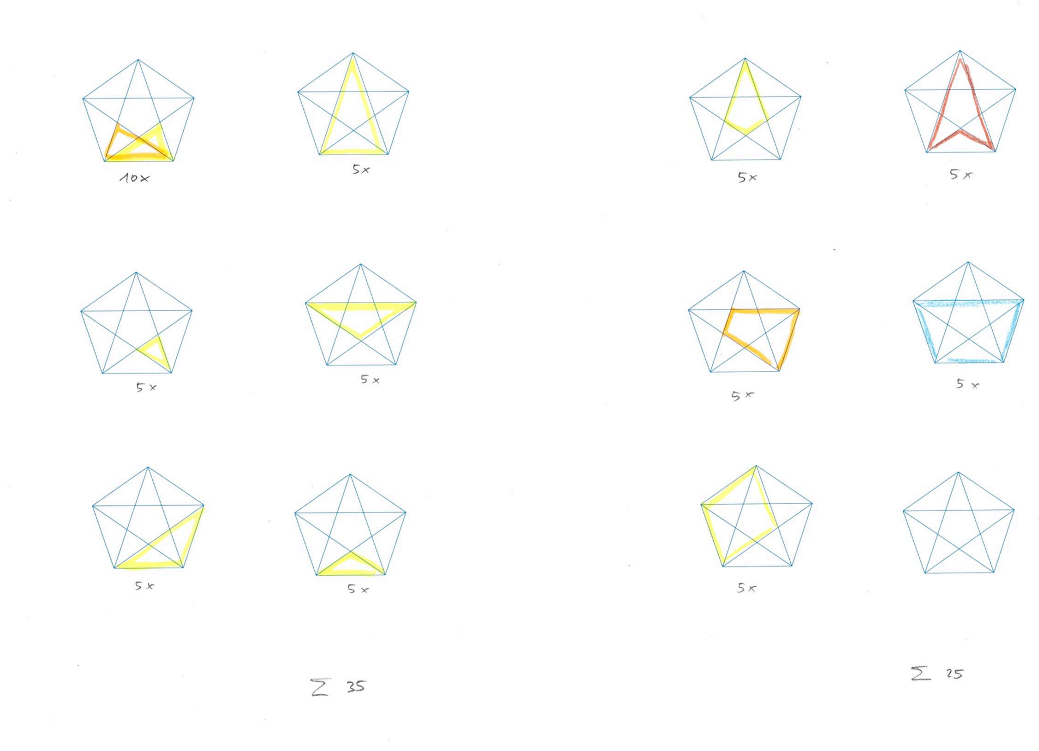
a)
1. Fall: S ist gerade.
   Weil $4 \cdot nr$ immer gerade ist, muss demnach $5 \cdot nl$ auch gerade sein;
   d.h. nl muss gerade und nr ungerade sein.
2. Fall: S ist ungerade.
   Weil $4 \cdot nr$ immer gerade ist, muss demnach $5 \cdot nl$ ungerade sein;
   d.h. nl muss ungerade und nr gerade sein.

b) $4 \cdot nr + 5 \cdot nl = 10\,101$;
d.h. nl ist ungerade und nr ist gerade (siehe 2. Fall).
Nun soll nl möglichst groß werden; d.h. nr muss dann möglichst klein werden.
Es ist

$$nl = \frac{10101 - 4 \cdot nr}{5}\,.$$

$nr = 2: \quad nl = \frac{10093}{5} \notin \mathbb{N}$
$nr = 4: \quad nl = \frac{10085}{5} = 2017.$

Aufgabe 6



Dreiecke: 35

Vierecke: 25