

## Klassenstufe 11-12

Bitte jeweils in Teams von 3-5 Schülern bearbeiten.

Die Bewertung hängt neben der Korrektheit auch von der Qualität der Begründungen und der Beschreibung der Lösungswege ab. Auch Ansätze werden belohnt.

### Aufgabe 1: Hackschnitzelheizkraftwerk (12 Punkte)

- a) Im Dorf Sonnenschein gibt es an der Stelle H ein bestehendes Hackschnitzelheizkraftwerk. An der Stelle S soll ein neues Schulzentrum errichtet werden. Dieses soll mit einer Fernwärmeleitung vom Hackschnitzelheizkraftwerk angeschlossen werden.

Der Lohnbuchhalter (und Kommanditist) der Baufirma Cramer KG erstellt die untenstehende Skizze (Fig. 1).

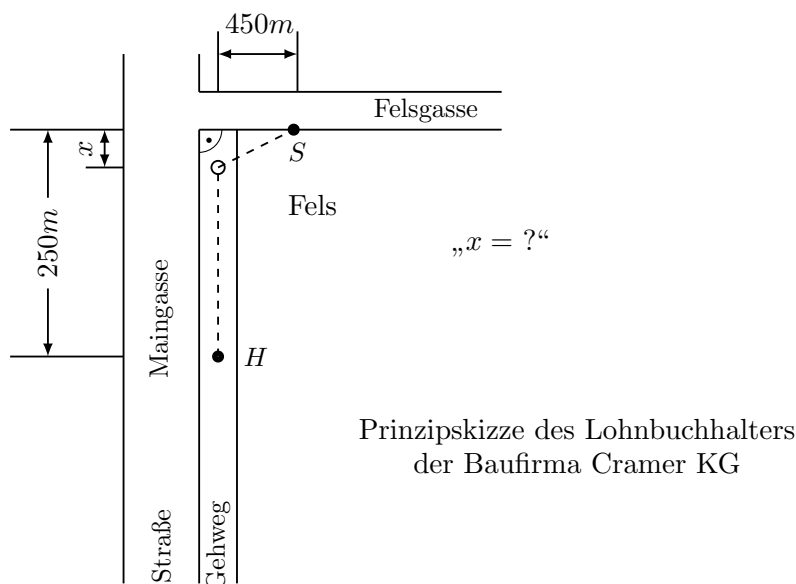


Fig. 1

Wie kann die Fernwärmeleitung am kostengünstigsten verlegt werden, wenn die Verlegung der Fernwärmeleitung pro Meter im Gehsteig entlang der Maingasse  $K$  Euro/m kostet und entlang der Felsgasse bzw. durch das felsige Gelände  $K\sqrt{10}$  Euro/m kostet?

Zum Zeitpunkt der Planung gilt:  $K = 100$ .

Berechnen Sie das kostengünstigste Angebot der Firma Cramer KG: Wie hoch ist der Preis? Wie lautet  $x$ ?

*Notlösung:* Falls Sie die „exakte“ Lösung nicht berechnen können, versuchen Sie eine „gute näherungsweise“ Lösung durch mathematisches Argumentieren zu finden (oder zumindestens „schlechte“ Entwürfe auszuschließen).

- b) Die konkurrierende Baufirma Joe Schlaumeier GmbH & Co KGaA hat durch einen illegalen Cyberangriff den obigen Plan aus a) und das optimale  $x$  erfahren. Der Firmenchef schlägt spontan vor, dass die folgende *geeignete* Kurve ( $H$   $H'$  gekrümmte Kurve zu  $S$ ), siehe Fig. 2, *offensichtlich* einen günstigeren Preis liefert, und somit die Ausschreibung gegen die konkurrierende Firma Cramer KG gewonnen werden kann.

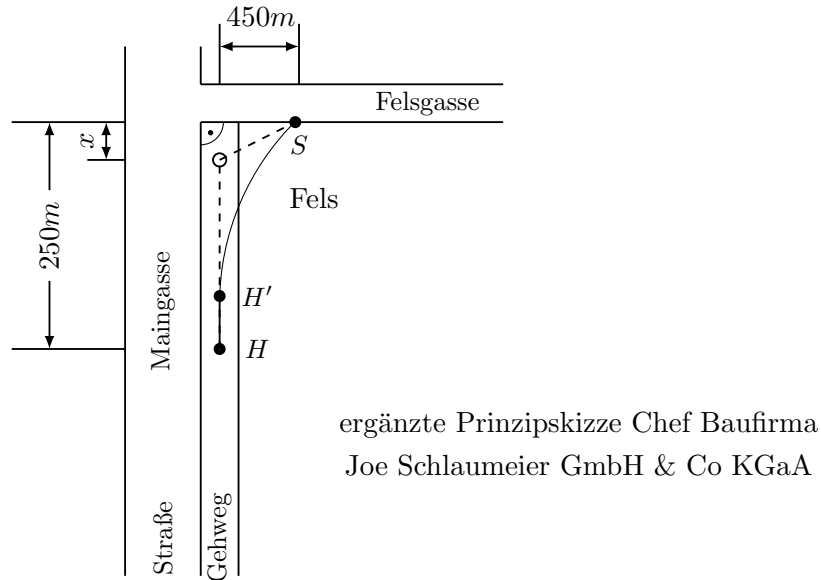


Fig. 2

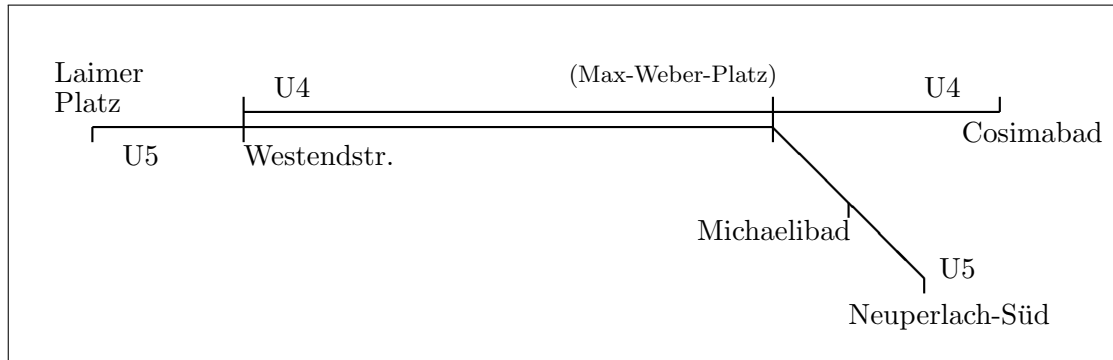
Kann dies funktionieren, und wenn ja, wie schaut die Lösungskurve aus?

- c) Der illegale Cyberangriff der Firma Joe Schlaumeier GmbH & Co KGaA ist aufgefliegen und die Firma ist für die Dauer von 10 Jahre für alle Aufträge der Gemeinde Sonnenschein gesperrt worden.

Die Gemeinde Sonnenschein hat deshalb das Angebot der Firma Cramer KG angenommen. Nachdem das Projekt aber erst 2 Jahre später realisiert wird, gilt jetzt  $K = 200$ . Ändert sich die Lösung  $x$  aus der Aufgabe a)? Wie hoch sind jetzt die tatsächlichen Kosten der Baumaßnahme?

## Aufgabe 2: U-Bahn (11 Punkte)

Opa Max Bayreuther ist für 2 Monate in München bei seiner Tochter Mathilde zu Besuch (Tochter: schluck!). Diese wohnt direkt an der U-Bahnstation Westendstr. Glücklicherweise macht sich Opa Max jeden Tag mit der U-Bahn auf den Weg zu seiner Schwester Hermine, die direkt an der U-Bahnstation Michaelibad wohnt (Tochter: jaaaa). Der komplette Münchner U-Bahn-Plan ist für Opa Max ein Graus. Er hat sich von seinem Enkel Kurt einen stark vereinfachten Plan erstellen lassen.



An sich ist alles gechillt, wie Enkel Kurt sagt: Einfach den *richtigen* Treppenabgang in der U-Bahnstation Westendstr. wählen. Dann in die *richtige* U-Bahn U5 einsteigen, diese fährt Richtung Neuperlach-Süd. An der *richtigen* Station Michaelibad aussteigen.

Das klappt aber bei Opa Max nicht mehr perfekt...

Damit er nicht irgendwo in München strandet, hält er sich strikt an die Regeln seines Enkels Kurt:

*Regel 1: Man steigt nur aus der U-Bahn an der gewünschten Station Michaelibad (dann läuft man zu Schwester Hermine) oder an der Station Westendstr. (dann läuft man zurück zu Tochter Mathilde).*

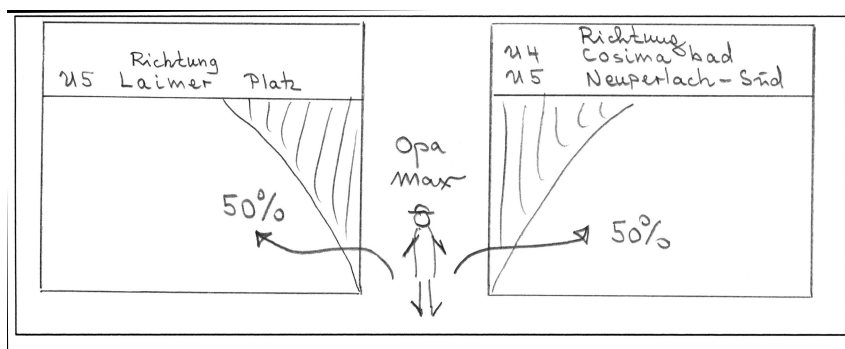
*Regel 2: Falls man an einer der drei Endstationen Laimer Platz, Cosimabad, Neuperlach-Süd strandet, dann fährt man mit der nächsten U-Bahn in Gegenrichtung zurück.*

*Regel 3: Am Max-Weber-Platz nie aus der U-Bahn aussteigen, in der man gerade drinsitzt. Dort ist gerade Großbaustelle und jeden Tag sind andere Treppen und Aufzüge gesperrt.*

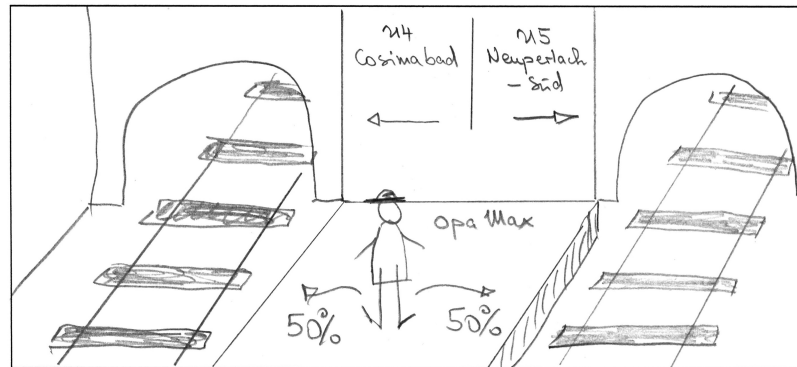
*Regel 4: An allen nicht eingezeichneten Haltestellen nie aussteigen!*

Nun ist Opa Max schon ein wenig älter.

An der U-Bahnstation Westendstr. wählt er leider mit 50 % Wahrscheinlichkeit den falschen Treppenabgang zur U5 Richtung Laimer Platz und nimmt dann leider zwangsweise eine U5 Richtung Laimer Platz.



Am richtigen Bahnsteig [Richtung Cosimabad (U4)/Richtung Neuperlach-Süd (U5)] an der U-Bahnstation Westendstr. angekommen besteigt er die richtige U-Bahn U5 Richtung Neuperlach-Süd mit 50 % Wahrscheinlichkeit und die falsche U-Bahn U4 Richtung Cosimabad auch mit 50 % Wahrscheinlichkeit.



An den Haltestellen Michaelibad und Westendstr. steigt er nur mit 80 % Wahrscheinlichkeit aus, wenn er dort mit der U5 vorbeikommt.

Wenn er mit der U4 die Haltestelle Westendstr. erreicht, dann muss er ja aussteigen, weil es Endstation der U4 ist (dann läuft er frustriert zurück zu Tochter Mathilde).

Falls er auf seiner Tour das zweite Mal am Laimer Platz ankommt, nimmt er frustriert ein Taxi (zu 35 Euro) zurück zu seiner Tochter Mathilde.

*Aufgabe:* Erstelle ein Baumdiagramm und

- bestimme damit die Wahrscheinlichkeit, dass Opa Max bei seiner Schwester Hermine ankommt,
- bestimme damit die Wahrscheinlichkeit, dass Opa Max nicht bei seiner Schwester Hermine ankommt (Opa & Tochter: schluck),
- bestimme damit die Wahrscheinlichkeit, dass Opa Max frustriert ein Taxi nehmen muss (Opa: schluck schluck).

Der geizige Opa Max fährt dabei jeweils mit einer (oder mehreren) Einzelfahrkarten zu 4 Euro. Allerdings berechtigt eine Einzelfahrkarte nur zur Fahrt in *eine* Richtung. Sobald Opa Max die Fahrtrichtung an einer Endstation ändert, muss er eine neue Einzelfahrkarte erwerben.

Welche durchschnittlichen Kosten treten bei Opas Touren auf?

Was sind die höchsten Kosten, mit denen Opa Max rechnen muss?

Nach einem Monat bringt Enkel Kurt die Idee von der Schule mit nachhause, dass Opa Max statt mit einer oder mehreren Einzelfahrkarten doch gleich ein Tagesticket für die U-Bahn zu 7 Euro kaufen sollte. Senkt dies die durchschnittlichen Kosten?

*Ergänzungsfrage:* Vier Monate später ist Opa Max wieder für eine Woche in München und die Fahrten zu Schwester Hermine starten wieder täglich wie oben angegeben. Allerdings wurden zwischenzeitlich die Taxigebühren zwischen Laimer Platz und seiner Tochter Mathilde drastisch auf 130 Euro erhöht (Oktoberfest). Ändern sich dadurch die durchschnittlichen Kosten merklich?

### Aufgabe 3: Wanderung am Goldsteig (8 Punkte)

Eine Wandergruppe aus Trier macht Urlaub in Bayern. Sie treffen sich zum Wandern auf dem bekannten Fernwanderweg Goldsteig, welcher durch den Oberpfälzer Wald und den Bayerischen Wald führt. Gleich auf der ersten Etappe kommen sie vom Weg ab. Nach vergeblichen Umherirren gelangen sie wieder auf einen Waldweg ohne zu wissen, wo sie sind. An einer Weggabelung treffen sie auf die drei befreundeten Pilzsammler Wolfgang, Ludwig und Franz. Aus dem Gasthof, an dem sie am Abend zuvor gegessen haben, wissen sie, dass einer von ihnen immer die Wahrheit sagt, einer immer lügt und der dritte bei jeder an ihn gestellten Frage unvorhersehbar (je nach sekundlicher Laune) mal die Wahrheit sagt und mal lügt. Allerdings weiß die Wandergruppe leider nicht wer der jeweilige Pilzsammler ist. Die drei Pilzsammler wollen der Gruppe jedoch helfen den Weg ins nächste Dorf zu finden.

Dabei darf die Wandergruppe nur höchstens *zwei* Fragen stellen. Jede Frage ist an *genau einen* Pilzsammler zu stellen. Nach der Antwort auf die erste Frage, darf nachgedacht und entschieden werden, an welchen Pilzsammler die zweite Frage gestellt wird.

Wie muss die Gruppe vorgehen, um den Weg zum nächsten Dorf zu finden?



Burgruine Weißenstein auf dem Goldsteig

#### Aufgabe 4: Pension Wendelsteinblick (4 Punkte)

Zwei Schulklassen aus Bayreuth kommen in der Pension Wendelsteinblick in Bayrischzell mit dem Zug an. Endlich haben Sie den kleinen Anstieg bis zum Hotel mit ihren Koffern erklommen. Jetzt nur noch einchecken...

Aber das geht nicht so einfach: Die Besitzerin hatte Mathematik studiert. Sie sagt: „Eure Lehrerinnen und Lehrer bekommen die exklusiven Ferienwohnungen im Nebengebäude. Ihr seid genau 44 Kinder. Was für ein Zufall genau so viele Betten haben die Zimmer in meiner Pension im Hauptgebäude. Ihr seid also ganz unter Euch. Außerdem hat meine Pension insgesamt 13 Zimmer. Ich habe Zimmer mit 3, 4 und 5 Betten, von jedem Zimmertyp mindestens eins. Es gibt übrigens mehr als ein Vierbettzimmer. Und es gibt mehr Dreibettzimmer als Vierbettzimmer. Auch gibt es mehr Dreibettzimmer als Fünfbettzimmer. Wenn Ihr zusammen herausfindet, wie viele Zimmer mit wie vielen Betten in meiner Pension sind, bekommt jeder von Euch noch kostenlos einen Spezialeisbecher zu Ihrem bzw. Seinem Zimmerschlüssel.“

Innerhalb kurzer Zeit haben die Schülerinnen und Schüler die Lösung. *Ihr auch?*



Wendelstein

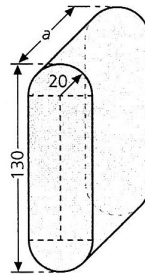
### Aufgabe 5: Öltank (8 Punkte)

Der abgebildete Öltank hat ein Volumen von 1000 Litern.

a) Berechne die Länge  $a$ .

Hinweis: Rechne in m und runde alle Ergebnisse, auch die Zwischenergebnisse, auf zwei Dezimalstellen. Die Angaben in der Figur sind Innenmasse in cm. Rechne mit  $\pi \approx 3,14$ .

b) Wie schwer ist der leere Tank? Rechne mit einer Wandstärke von 0,5 cm und einer Materialdichte von  $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ .



Öltank

Viel Spaß beim Lösen der Aufgaben!